

文章编号: 1000-7598 (2011)增刊 1-0351-05

基于 Hewlett 理论的支护桩桩间距计算方法研究

史海莹^{1,2}, 龚晓南^{1,2}, 俞建霖^{1,2}, 连 峰³

(1. 浙江大学 岩土工程研究所, 杭州 310058; 2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 杭州 310058;
3. 山东建筑科学研究院, 济南 250014)

摘 要: 基坑支护桩桩间距设计通常基于经验取值, 并不考虑土拱的作用和桩间土的稳定性。基于 Hewlett 理论分析了基坑支护桩桩间土拱效应, 并开展了对桩间土整体稳定性的研究, 分别得出了满足两种稳定条件的桩身荷载分担比公式和桩间距公式。通过对设置在四种土质中的支护桩桩间土拱的计算分析发现: 对于强度指标较高的黏土、粉土, 桩宽比为 0.5 时, 荷载分担比即达到 100%, 而对于强度指标较低的淤泥质黏土, 桩宽比为 0.8 时, 荷载分担比方达到 100%; 桩间土整体稳定性对于桩间距的要求较为宽松。对于常规桩径的支护桩, 桩间距的设计应按土拱稳定为控制准则, 但对于设置在内摩擦角较大而黏聚力较小土层中的大直径桩, 应按桩间土整体稳定为控制准则。

关 键 词: 桩间距; 土拱; 整体稳定; 荷载分担比

中图分类号: TU 472.3+2

文献标识码: A

A calculation method of pile spacing based on Hewlett soil arching theory

SHI Hai-ying^{1,2}, GONG Xiao-nan^{1,2}, YU Jian-lin^{1,2}, LIAN Feng³

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 3. Shandong Provincial Academy of Building Research, Ji'nan 250014, China)

Abstract: In engineering design, the soil arching and the entire stability of the soil mass between the soldier piles are usually neglected. The research was carried out on the soil arching and the entire stability of soil mass between the soldier piles in excavation. Expressions of the loading ratio and the spacing of the piles were obtained. Through the verification in four types of clays, it is found that in the silt and clay with higher strength index, the loading ratio reaches 100% when b/S is up to 0.5; where b is width of pile cross-section; S is pile spacing; and in the mucky clay with lower strength index, the b/S should be 0.8 for the 100% loading ratio. The pile spacing can be relatively wider under the condition of the entire stability of soil mass. For the pile with regular diameter, the pile spacing should be designed meeting the stability of the soil arching, while in silt with higher friction angle but lower cohesion, especially for the piles with large diameter, the pile spacing should be designed according to the entire stability of the soil mass between piles.

Key words: pile spacing; soil arching; entire stability; loading ratio

1 引 言

基坑支护桩属于典型的被动桩, 这类桩并不直接承担外荷载, 而是由于桩周土体在自重和外荷载的作用下发生水平运动进而对其产生影响^[1]。被动桩的挡土机制包括两方面: 一是通过自身刚度直接限制桩后土体的变形; 二是当桩间距小于某一数值时, 桩间土前缘一定范围内形成一个土拱, 使得桩间土压力向支护桩转移, 从而起到有效的遮拦作用。

支护桩间的土拱效应已被越来越多的有限元模拟及离心机模型试验所证实^[2], 但在基坑支护桩的设计中, 桩间距的设计并不考虑土拱的有利影响, 取值较为保守。因此, 如能在基坑支护桩的设计中考虑土拱效应, 适当增加桩间距, 减少支护桩数量, 将带来可观的经济效益。

目前对于竖向土拱的研究开展较多, 且已形成了各种成熟的土拱理论, 如: Janssen 的连续介质模型, Terzaghi 松弛土压力理论, Прото́дьяконов 自然

收稿日期: 2010-07-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 50708093)。

第一作者简介: 史海莹, 女, 1981 年生, 博士研究生, 主要从事基坑工程和复合地基方面的研究工作。E-mail: edwardsphoenix@163.com

平衡拱理论以及 Hewlett 土拱理论。水平土拱的研究多采用普氏自然平衡拱理论^[3-7], 该方法较为粗浅, 且存在难以确定桩-土之间摩擦系数及拱脚传力系数等缺点, 因此, 本文采用 Hewlett 理论对桩间土拱效应展开更为深入的研究, 并对桩间土整体稳定性予以分析, 据此给出了确定桩土荷载分担比和桩间距的计算公式。

2 桩间土土拱效应分析

2.1 计算模型

对于基坑支护桩而言, 由于作用在桩间土拱后侧的土压力随深度增加, 因此, 桩间土拱实质上为一个复杂的三维问题, 为简化分析, 将其视为平面问题, 土拱所受荷载则按最大深度的土压力计算。根据 Hewlett 土拱理论^[8], 假设桩间土拱为圆弧形, 拱脚位于支护桩后侧, 土拱厚度为 $b/2$ (b 为桩身截面宽度), 如图 1 所示。土拱上作用有均布土压力 p , 对于基坑支护桩, 可假设 p 等于主动土压力。

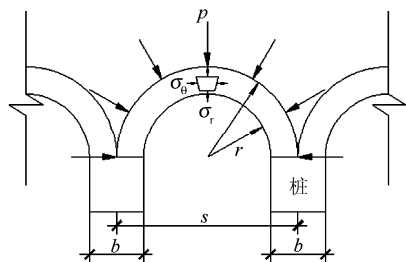


图 1 桩间土拱示意图

Fig.1 The Hewlett soil arching between soldier piles

2.2 平衡微分方程及求解

土拱内各点达到极限状态, 且满足 Mohr-Coulomb 强度准则。土拱内任一单元体满足平衡微分方程:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

式中: r 为半径; σ_r 为径向正应力; σ_θ 为环向正应力。根据 Mohr-Coulomb 强度准则, 可得:

$$\sigma_\theta = K_p \sigma_r + 2c\sqrt{K_p} \quad (2)$$

式中: K_p 为朗肯被动土压力系数; c 为黏聚力。将式 (2) 代入式 (1), 可得:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + (1 - K_p) \frac{\sigma_r}{r} - \frac{2c\sqrt{K_p}}{r} = 0 \quad (3)$$

令 $A = 1 - K_p$, $B = -2c\sqrt{K_p}$, 可得:

$$\sigma_r = -\frac{B}{A} + \frac{D_1}{r^A} \quad (4)$$

将边界条件 $r = \frac{S}{2}$, $\sigma_r = p$ 代入式 (4), 可得

$$D_1 = (p + \frac{B}{A})(\frac{S}{2})^A, \text{ 则径向和环向正应力分别为}$$

$$\sigma_r = -\frac{B}{A} + (p + \frac{B}{A})(\frac{2r}{S})^{-A} \quad (5)$$

$$\sigma_\theta = K_p[-\frac{B}{A} + (p + \frac{B}{A})(\frac{2r}{S})^{-A}] + 2c\sqrt{K_p} \quad (6)$$

式中: S 为桩的中心间距。通过对环向正应力的积分, 可求得作用在桩上的土压力为

$$p_p = 2 \int_{(S-b)/2}^{S/2} \sigma_\theta dr = \frac{2\sqrt{K_p}cb}{1-K_p} + (p + \frac{B}{A})[S - S(1 - \frac{b}{S})^{K_p}] - bc \cot \varphi + (p + c \cot \varphi)[S - S(1 - \frac{b}{S})^{K_p}] \quad (7)$$

而作用在每一跨排桩上的土压力总和为

$$p_{\text{tot}} = pS/2 \quad (8)$$

则桩所分担的荷载比为

$$E = p_p / p_{\text{tot}} = -\frac{c \cot \varphi}{p} \frac{b}{S} + (1 + \frac{c \cot \varphi}{p})[1 - (1 - \frac{b}{S})^{K_p}] \quad (9)$$

2.3 土层强度指标与桩土荷载分担比的关系分析

基于式 (9), 将表 1 所列 4 种均质土层中开挖深度为 10 m 的基坑, 其围护桩桩宽比 (b/S) 与桩身荷载分担比 (E) 的关系曲线绘制于图 2。由图可见, 在黏质粉土和粉质黏土这类土质较好的条件下, 当 $b/S=0.4$ 时, E 即达到 90%, 当 $b/S=0.5$ 时, E 已达到 100%; 而在淤泥质黏土这类土质较差的条件下, 当 $b/S=0.8$ 时, E 方能达到 100%。而在使用式 (9) 进行桩间距设计时, 需注意: 若桩间土未采取护面、加固等处理措施, 则土体临空, 无法自立, 因此, 桩间距的设置必须使得桩身荷载分担比达到 100%, 即围护桩承担一跨间距内的所有土压力, 则图 2 所示的 4 种土质中, 淤泥质黏土中的桩间净距约为 $0.25b$, 粉土、黏土中的桩间净距约为 b ; 若桩间土经过加固护面等处理, 可根据荷载分担比 (E) 适当增加桩间距。

表 1 各土层物理力学参数

Table 1 Physico-mechanical parameters of soil layers

土层名称	直剪固快峰值指标	
	$\varphi / (^{\circ})$	c/kPa
黏质粉土	32.5	5
粉质黏土	19.0	22
淤泥质黏土	12.5	10
淤泥质粉质黏土	16.0	11

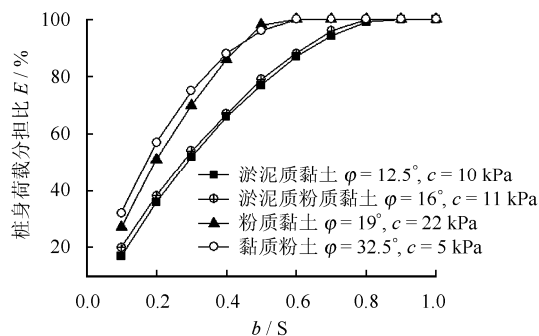


图 2 不同土质中支护桩桩身荷载分担比

Fig.2 Loading ratio of soldier piles in different soil layers

3 桩间土体整体稳定性分析

3.1 桩间土抗滑安全系数的能量表达

合理的桩间距除保证桩间土拱能充分发挥作用外, 还必须防止桩间土从两桩之间整体滑出。目前, 对于桩间土整体破坏的滑动面形状未有定论: Wang & Salmassian^[9-10]认为, 滑动面由对数螺旋线切割的曲面及两个竖直平面组成(如图 3 所示)。桩间土的抗滑安全系数 F_s 可表示为

$$F_s = M'_0 / M_0 \quad (10)$$

式中: M'_0 表示滑体 3 个滑动面上的摩阻力所构成的抗滑力矩; M_0 为滑体重力引起的滑动力矩; O 表示对对数螺旋线中心求矩。通过选择合适的抗滑安全系数, 即可求得相应的桩间距。对于 c 型土, 对数螺旋线退化为圆弧, F_s 表达式相对简单; 但对于 $c-\phi$ 型土, F_s 的计算相当复杂, 不易于工程应用。

杨雪强^[11]则认为, 滑体形状为如图 4 所示的棱柱体 $ABCDEF$, 图 4(a) 对应桩间距较大时的纯剪切型破坏, 图 4(b) 对应桩间距较小时拉裂-剪切复合型破坏。桩间土体能量安全系数 K 的表达式为

$$K = \dot{W}_{\text{内}} / \dot{W}_{\text{外}} \quad (11)$$

式中: $\dot{W}_{\text{内}}$ 表示桩间滑体总的内力消耗功率, $\dot{W}_{\text{外}}$ 表示滑体自重产生的外力功率。在确定了土体的临界破坏角 β_{cr} 以及最小安全系数 K_{min} 后, 可计算出相应的桩间距。

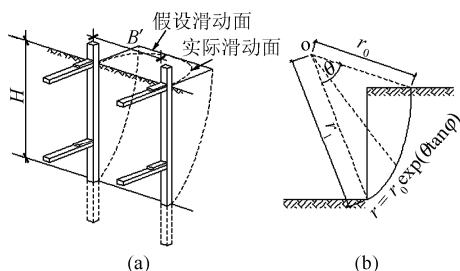
图 3 相邻桩间土体的破裂面^[9]

Fig.3 Three-dimensional failure mode of the soil mass between soldier piles

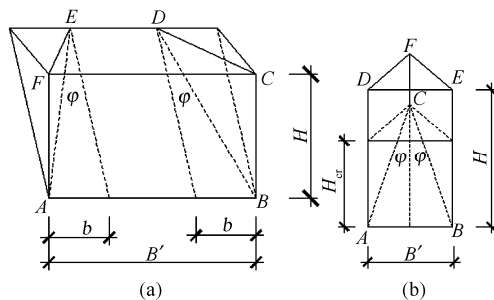
图 4 相邻护坡桩桩间土体的破裂面^[11]

Fig.4 Three-dimensional failure mode of the soil mass between soldier piles

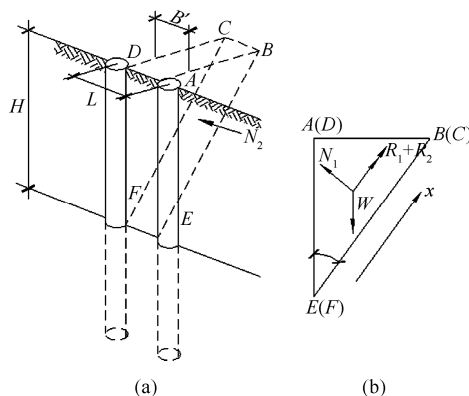


图 5 桩间滑体受力分析示意图

Fig.5 Mechanical analysis of the sliding mass

3.2 桩间土整体稳定性分析

而本文假设桩间滑体为一个三棱柱体, 即图 5 中的 $ABEDCF$, 滑动面与竖直方向成 β 角, 两侧为与桩径相切的竖直平面。土为刚塑性材料, 满足 Mohr-Coulomb 强度准则。桩间土下滑力 T 为滑体自重沿 x 方向的分量, 抗滑力则为滑动面及 2 个竖直面上的摩阻力 R_1+R_2 , 方向均为沿 x 轴向上。

作用于滑体两侧面的压力 N_2 的求法如下: 假设土体沿基坑长度方向上没有变形, 则 N_2 可视为平面应变问题中的平面外主应力的合力。根据塑性力学知识可知, 在应力空间中, 当 D-P 准则的圆锥体与 M-C 准则六边锥体内切时(如图 6 所示), 为两者在平面应变条件下的拟合^[12]。

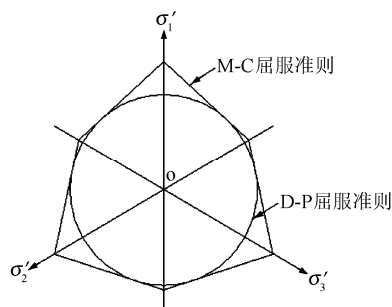


图 6 平面应变条件下 M-C 准则和 D-P 准则的拟合

Fig.6 Mohr-Coulomb yield criterion and Drucker-Prager yield criterion fitting in the deviatoric plane

据此可求出 D-P 准则中的 α , k 值, 切点的应力洛德角 θ_σ 以及 3 个主应力, 其解答为

$$\alpha = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{9 + 3 \sin^2 \varphi}} \quad (12)$$

$$k = \frac{\sqrt{3}c \cos \varphi}{\sqrt{3 + \sin^2 \varphi}} \quad (13)$$

$$\tan \theta_\sigma = \sin \varphi / \sqrt{3} \quad (14)$$

$$\sigma_1 = \gamma z \quad (15)$$

$$\sigma_3 = K_a \sigma_1 - 2c \sqrt{K_a} \quad (16)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3 - \sin \varphi (\sigma_1 - \sigma_3)}{2} \quad (17)$$

$$N_2 = \int_{ABE} \sigma_2 ds \quad (18)$$

下滑力和抗滑力分别为:

$$T = W \cos \alpha = \frac{1}{2} \gamma B' H^2 \sin \beta \quad (19)$$

$$R_1 = N_1 \tan \varphi + c S_{BCFE} =$$

$$\frac{1}{2} \gamma B' H^2 \tan \beta \sin \beta \tan \varphi + c B' H / \cos \beta \quad (20)$$

$$R_2 = 2(N_2 \tan \varphi + c S_{ABE}) =$$

$$\left[\frac{1}{6} (1 - K_a) \cos \varphi \gamma H^3 + \sqrt{K_a} \cos \varphi c H^2 \right] \tan \beta \quad (21)$$

抗滑安全系数 F_s 可表示为抗滑力和下滑力的比值,

$$F_s = \frac{R_1 + R_2}{T} \quad (22)$$

将 (19) ~ (21) 式代入式 (22) 求解, 可得,

$$B' = \frac{[(1 - K_a) \gamma H + 6 \sqrt{K_a} c] H \cos \varphi \sin \beta}{3 \gamma H \sin \beta \cos \beta (F_s - \tan \beta \tan \varphi) - 6c} \quad (23)$$

式 (12) ~ (23) 中: φ 为土体内摩擦角; c 为黏聚力; γ 为土体重度; K_a 为朗肯主动土压力系数; B' 为两桩净间距; H 为开挖深度; W 为滑体自重; T 为下滑力; N_1 、 N_2 、 R_1 、 R_2 分别为滑动面和 2 个竖直侧面的法向力和摩擦力; S 为破坏面的面积。

这里需要说明两点: (1) 有研究结果表明^[13], 滑体两侧的摩擦力使主动土压力系数降低约 10%, 本文不计此影响, 仍按朗肯主动土压力系数 K_a 进行计算。(2) 根据主应力面的定义, 其上剪应力应为 0, 而 2 个竖直侧面并不满足该条件, 若用主应力合力 N_2 取代正应力计算摩擦力, 则使得结果偏于不安全, 在实际应用中应予以折减。

3.3 土层强度指标与抗滑安全系数的关系分析

表 2 为基坑挖深 10 m 下, 根据式 (23) 计算的支护桩净间距, 其中, F_s 根据 Wang 的建议^[9], 取为 2.5。

常用的基坑支护桩桩径一般不超过 1 m, 按照前述土拱稳定验算的结果, b/S 的范围在 0.5~0.8 之间, 则桩间净距 B' 为 0.25~1.00 m, 此时能充分利用土拱效应且同时满足桩间土整体稳定的要求。而近年来部分工程采用大直径薄壁筒桩作为围护桩, 其桩径可达 1.5 m, 按土拱稳定要求, 根据式 (23), 桩间净距可设置为 0.375~1.500 m, 其中 1.5 m 对应的为黏质粉土 ($\varphi=32.5^\circ$, $c=5$ kPa), 但根据表 1 对桩间土整体稳定的要求, 桩间净距不能超过 1.24 m。由此可见, 对于内摩擦角较大而黏聚力较小的黏质粉土, 虽易形成土拱, 但桩间土的整体稳定性较差, 因而在桩间距设计时应优先满足整稳要求, 防止土颗粒绕流; 对于一般黏性土, 桩间土整体稳定性更易满足, 因此, 应根据土拱的稳定要求进行设计, 以充分发挥土拱的应力迁移作用。

表 2 不同土层中桩间净距计算值

Table 2 Calculation net pile spaces in different soil layers

土层	$\varphi / (^\circ)$	c/kPa	整体稳定桩间净距 B'/m
黏质粉土	32.5	5	1.24
粉质黏土	19.0	22	2.17
淤泥质黏土	12.5	10	1.21
淤泥质粉质黏土	16.0	11	1.36

4 结 论

(1) 将 Hewlett 土拱应用于基坑支护桩桩间土拱效应, 可求得不同桩宽比 (b/S) 对应的桩身荷载分担比 (E), 因此, 能应用于桩间土经过加固、护面处理的情况; 且公式参数少, 易于取得。

(2) 对于强度指标较高的黏土、粉土, 在保证土拱稳定的条件下, 桩宽比 b/S 可达 0.5, 即桩间净距与桩同宽; 而对于强度指标较低的淤泥质黏土, 桩宽比 b/S 约为 0.8, 桩间净距仅为 0.25b。

(3) 桩间距并不能一直随着桩径的增加而增加, 桩间土必须满足整体稳定的要求。分析表明, 对于内摩擦角较大而黏聚力较小的黏质粉土, 易形成土拱, 但桩间土的整体稳定性相对较差; 对于一般黏性土, 桩间土整体稳定性更易满足。

(4) 桩间距的设计应同时满足局部的土拱稳定要求以及桩间土整体稳定的要求, 设计时应综合考虑这两面的因素。

参 考 文 献

- [1] 李仁平. 软土地基中被动桩与土体的相互作用及其工程应用[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 2001.

- [2] 杨明, 姚令侃, 王广军. 桩间土拱效应离心模型试验及数值模拟研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(3): 817—822.
YANG Ming, YAO Ling-kan, WANG Guang-jun. Study of centrifuge model tests and numerical simulation on soil arching in space of piles[J]. **Rock and Soil Mechanics**. 2008, 29(3): 817—822.
- [3] 叶晓明, 孟凡涛, 许年春. 土层水平卸荷拱的形成条件[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(5): 745—748.
YE Xiao-ming, MENG Fan-tao, XU Nian-chun. Formation condition of horizontal unloading arch in soil layer[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2002, 21(5): 745—748.
- [4] 冯君, 吕和林, 王成华. 普氏理论在确定抗滑桩间距中的应用[J]. 中国铁道科学, 2003, 24(6): 79—81.
FENG Jun, LÜ He-lin, WANG Cheng-hua. Application of M. M. PROMOJIYFAKONOV Theory to solution of distance between anti-slide piles[J]. **China Railway Science**, 2003, 24(6): 79—81.
- [5] 赵明华, 陈炳初, 刘建华. 考虑土拱效应的抗滑桩合理桩间距分析[J]. 中南公路学报, 2006, 31(2): 1—3.
ZHAO Ming-hua, CHEN Bing-chu, LIU Jian-hua. Analysis of spacing between anti-slide piles considering soil-arch effect[J]. **Central South Highway Engineering**. 2006, 31(2): 1—3.
- [6] 周德培, 肖世国, 夏雄. 边坡工程中抗滑桩合理桩间距的探讨[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 132—135.
ZHOU De-pei, XIAO Shi-guo, XIA Xiong. Discussion on rational spacing between adjacent anti-slide piles in some cutting slope projects[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**. 2004, 26(1): 132—135.
- [7] 蒋良潍, 黄润秋, 蒋忠信. 黏性土桩间土拱效应计算与桩间距分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(3): 445—450.
JIANG Liang-wei, HUANG Run-qiu, JIANG Zhong-xin. Analysis of soil arching effect between adjacent piles and their spacing in cohesive soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**. 2006, 27(3): 445—450.
- [8] HEWLETT, W J, RANDOLPH, M F. Analysis of piled embankments[J]. **Ground Engineering**, 1988, 21(3): 12—18.
- [9] WANG W L, SALMASSIAN K. Unsheathed excavation in cohesive soils[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1978, 104(GT4): 493—496.
- [10] WANG W L, LIANG J. Unsheathed excavation in soils[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1979, 105(GT9): 1117—1121.
- [11] 杨雪强, 何世秀, 刘祖德. 深基坑中相邻护坡桩净距的设计研究[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(4): 83—87.
- [12] 张学言, 闫澍旺. 岩土塑性力学基础(第二版)[M]. 天津: 天津大学出版社, 2006.
- [13] BRANSBY P L, SMITH I A. Side friction in model retaining-wall experiments[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1975, 101(GT7): 615—632.
- [14] 陈云敏, 贾宁, 陈仁朋. 桩承式路堤土拱效应分析[J]. 中国公路学报, 2004, 17(4): 1—6.
CHEN Yun-min, JIA Ning, CHEN Ren-peng. Soil arch analysis of pile-supported embankments[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2004, 17(4): 1—6.
- [15] 曹卫平, 陈仁朋, 陈云敏. 桩承式加筋路堤桩体荷载分担比计算[J]. 中国公路学报, 2006, 19(6): 1—6.
CAO Wei-ping, CHEN Ren-peng, CHEN Yun-min. Calculation for pile efficacy of pile-supported reinforced embankments[J]. **China Journal of Highway and Transport**, 2006, 19(6): 1—6.